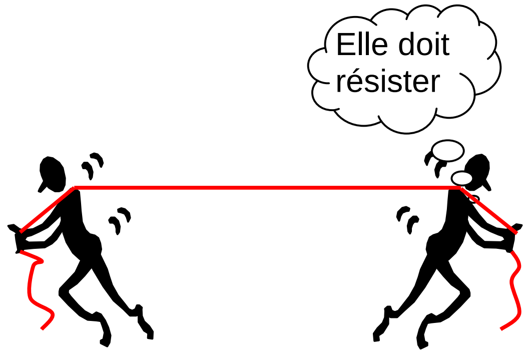
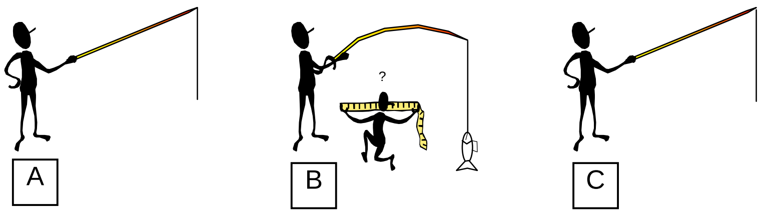
1-1. INTERET :



Elle permet de **dimensionner les pièces** (épaisseur, longueur…), en vérifiant les **conditions de résistance en fonction des matériaux** qui les composent et d'étudier les déformations (allongement, raccourcissement….), suivant la nature des sollicitations qu'elles auront à supporter.

1-2. HYPOTHESES :

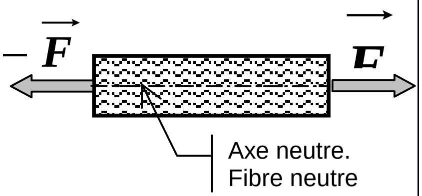
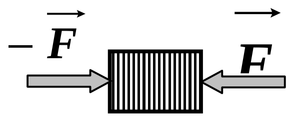
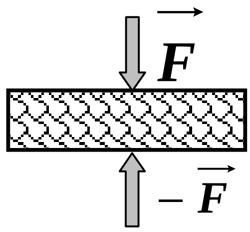
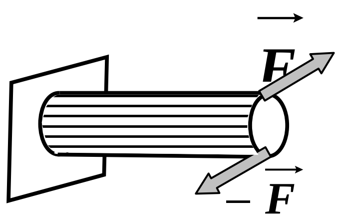
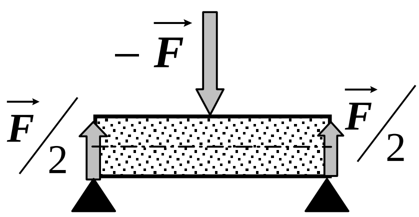
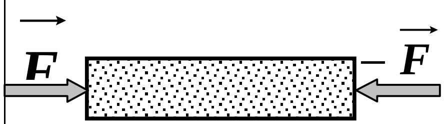
☞Les déformations sont élastiques, celà veut dire que si l'on supprime les sollicitations, la pièce reprend sa forme initiale.



☞Les matériaux sont supposés homogènes et isotropes ; (les matériaux composites, le béton ne sont pas homogènes, et le bois n'est pas isotrope, le sens des fibres est important).

1-3. SOLLICITATIONS :

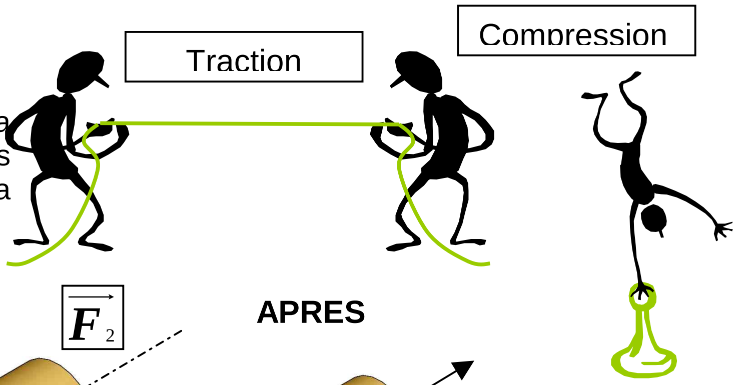
On constate suivant la direction et le sens des actions appliquées les conditions de résistance à :

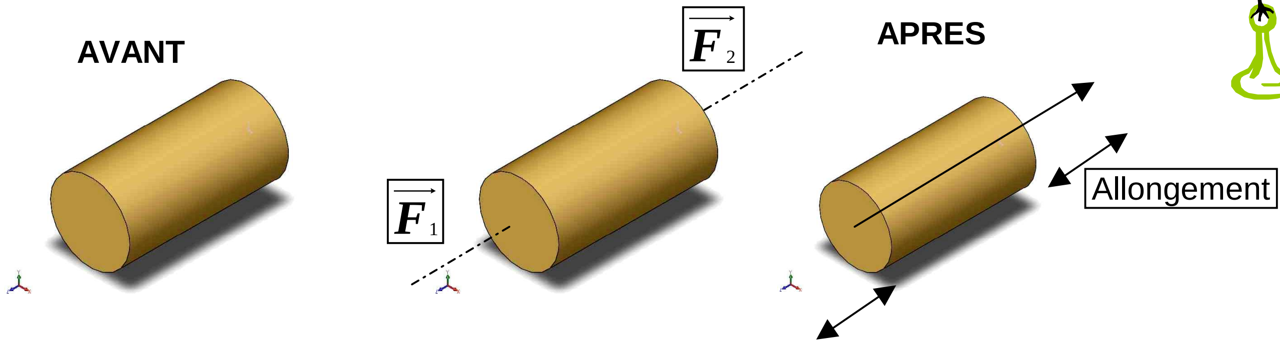
L'extension (traction) :	**La compression (pièce courte) :**	**Le cisaillement :**
		
La torsion :	**La flexion :**	**Le flambage (compression sur pièce longue) :**
		

TRACTION - COMPRESSION

2-I. DEFINITION :

Une pièce est soumise à la traction ou à la compression lorsqu'elle subit deux forces égales et directement opposées sur l'axe neutre de la pièce.

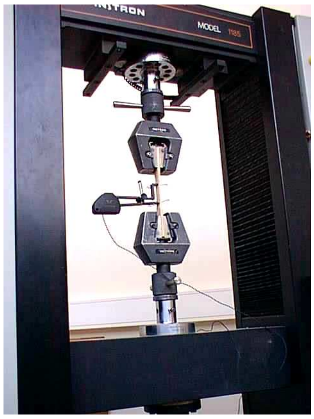




2-2. ESSAI DE TRACTION :

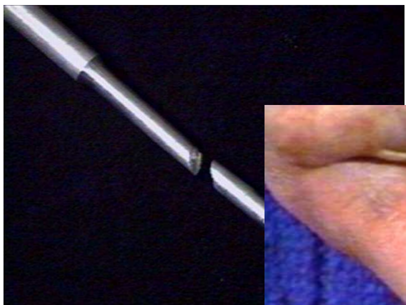
Il permet de déterminer la Résistance à la limite élastique et la Résistance à la rupture des différends matériaux.
Il permet de définir les caractéristiques de résistance des matériaux.


1 - Machine à essai de traction


2 - Machine à essai de traction

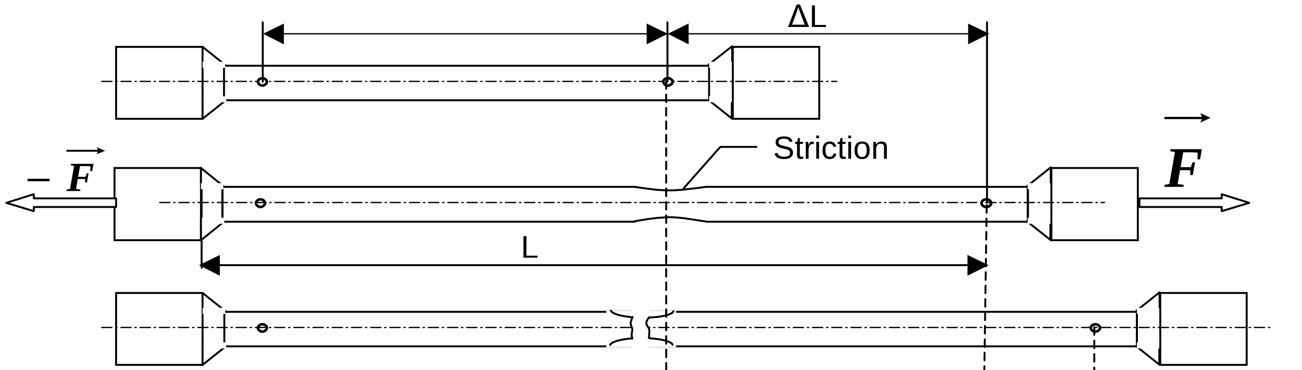

3 – Détail des mors et de l'éprouvette

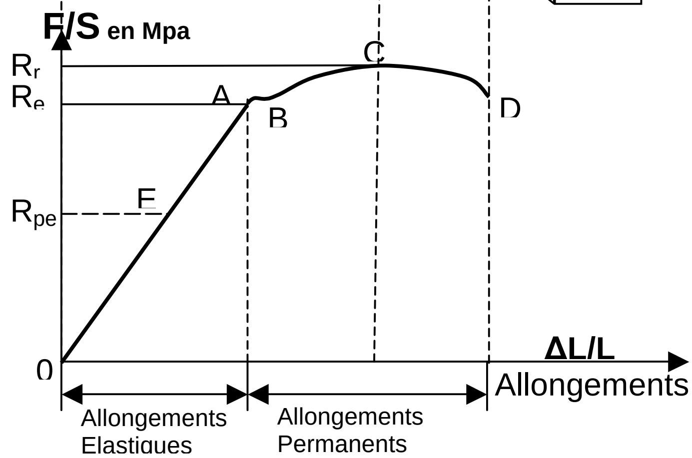

4 – Éprouvettes cylindrique et plane


5 – Rupture d'éprouvette


5 – Striction et formes de la cassure d'éprouvette

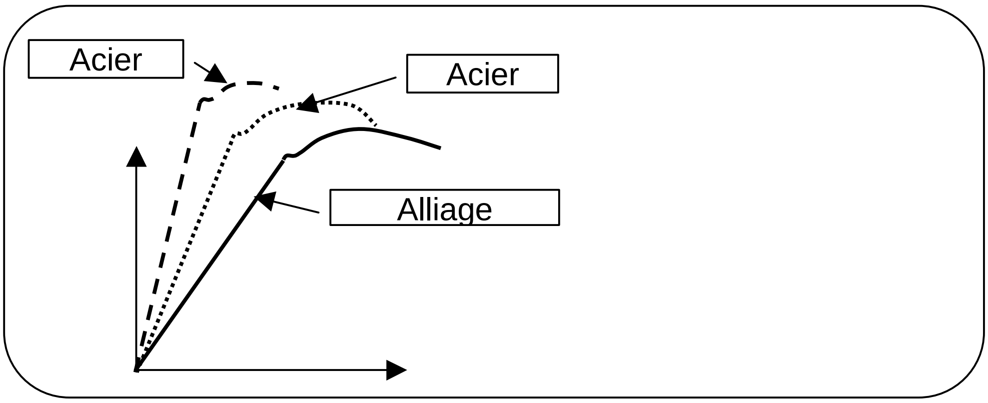
L'éprouvette de longueur initiale L_o, de section S, **subit une force croissante jusqu'à la rupture**. Le ***graphe*** traduit la relation entre les allongements de l'éprouvette et F/S.



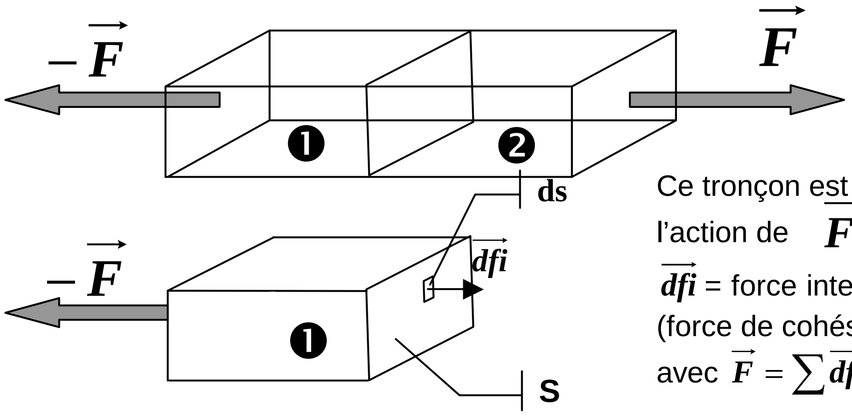


0A : Allongements élastiques (le matériau peut revenir à son état initial)
AB : Zone inutilisable
BC : Zone des allongements permanents (utilisé dans la visserie pré contrainte).
C : Point de striction
D : Point de rupture

R_e : Résistance à la limite élastique
R_r : Résistance à la rupture
R_{pe} : Résistance pratique à l'extension



2-3. Définition de la contrainte σ : (σ prononcer SIGMA)

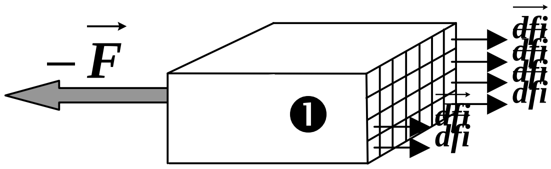


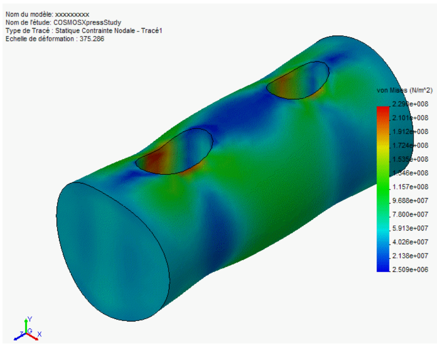
On isole le tronçon ❶ et on considère la section S.

Ce tronçon est en équilibre sous l'action de $\vec{F}$ et des $\vec{dfi}$

$\vec{dfi}$ = force interne agissant sur une petite surface **ds** (force de cohésion)

avec $\vec{F} = \sum \vec{dfi}$





La contrainte est définie par $\vec{dfi}$ /1mm²

Remarque :
Pour une surface donnée, plus F est grande, plus la contrainte est grande, mais si la surface augmente alors la contrainte diminue.

donc $\boxed{\sigma(N)_{MPa} = F_N / S_{mm^2}}$

C'est la contrainte <u>normale</u> lorsque la pièce subit un effort de traction.

Certains logiciels de simulation mécanique peuvent donner une image animée et coloriée d'une pièce sollicitée ici à l'extension. (En rouge la contrainte maxi, en bleu la contrainte mini).

2-4. CONDITIONS DE RESISTANCE :

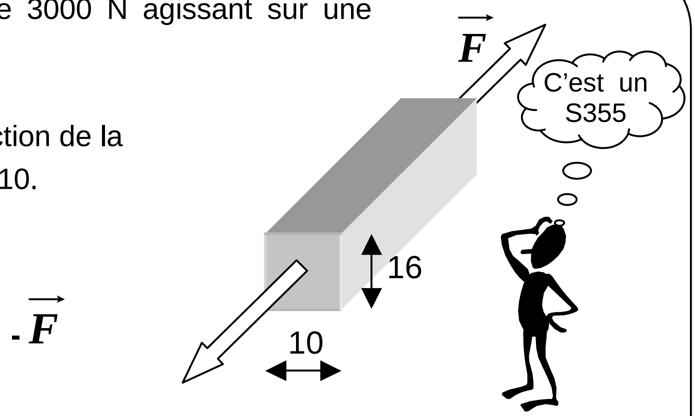
Pour des raisons de sécurité, la contrainte de la pièce doit rester inférieure à Rpe avec :

$Rpe = \frac{Re}{k}$ avec k=coefficient de sécurité et avec 2 <= k <= 10 $\boxed{\sigma(N) \leq Rpe}$

Condition respectée ➔ déformation élastique de la pièce, donc le matériau ne se brise pas, il reprend ses dimensions initiales !

<u>**Exemple :**</u> Pince de levage avec une action F de 3000 N agissant sur une biellette de section rectangulaire de 16 x10.

Calculez la contrainte normale σ**(N)** dans une section de la biellette puis vérifiez la condition de résistance si k=10.



S = 16 x 10 = 160 mm²

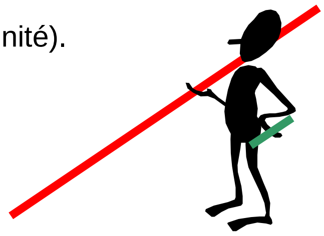
σ = 3000 / 160 = 18,75 MPa

Rpe = Re / k = 355 / 10 = 35,5 MPa

σ = 18,75 MPa $\leq$ Rpe = 35,5 MPa La biellette supporte l'effort.

2-5. ETUDE DES DEFORMATIONS :

Sur le graphe de l'essai de traction OA représente la zone « élastique » qui traduit que la contrainte est proportionnelle aux déformations (courbe de la forme $y=ax$).
L_0 représente la longueur initiale de l'éprouvette. Les expériences montrent que les allongements sont proportionnels aux longueurs initiales.
Cette propriété peut se traduire par la notion d'allongement relatif (ε) (se prononce epsilon).
Avec $\boxed{\varepsilon = \Delta L / L_0}$
On l'appelle aussi l'allongement relatif ou allongement unitaire (il n'a pas d'unité).

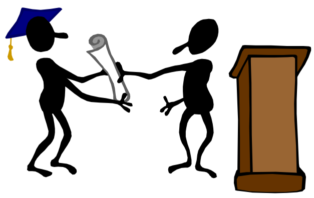


ΔL = allongement de la pièce en mm.
L_0 = longueur initiale de la pièce en mm.

2-6. RELATION ENTRE LA CONTRAINTE σ ET L'ALLONGEMENT ε :

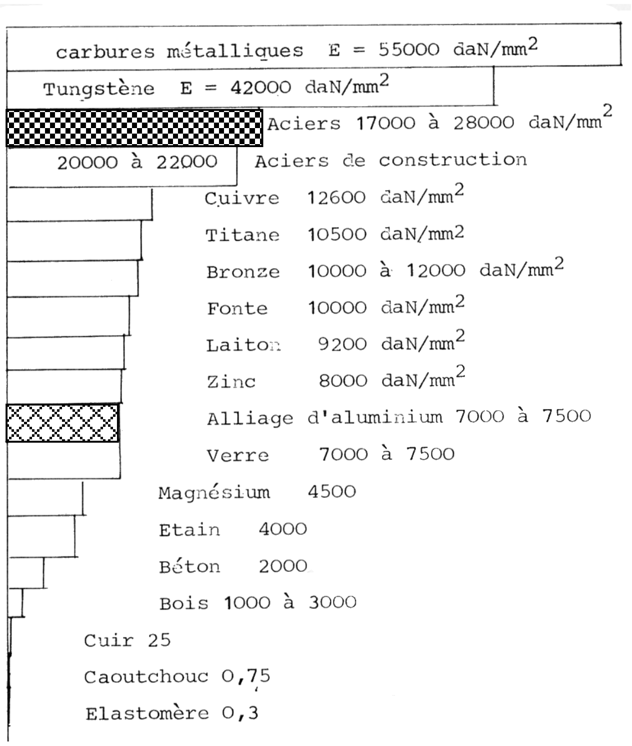
Pour un grand nombre de matériaux on démontre que l'allongement est proportionnel à la contrainte, par conséquent F/ ΔL = constante

Cette propriété s'énonce de la même façon par la loi de **HOOKE** sous la forme :
$\boxed{\sigma = E \times \varepsilon}$



E est appelé le module de YOUNG ou module d'élasticité longitudinal en Mpa
En conclusion : $\varepsilon = \sigma / E$ donc $\Delta L = \varepsilon \times L$

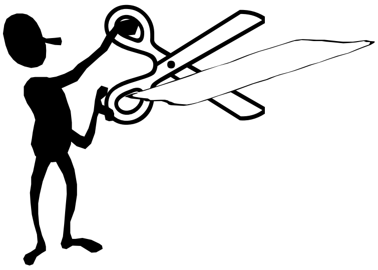
2-7. QUELQUES EXEMPLES DE LA VALEUR DE E :

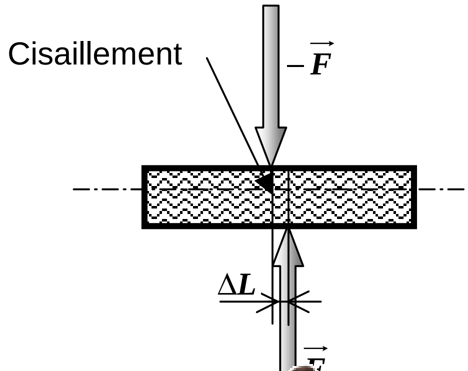


CISAILLEMENT

3-1. DEFINITION :

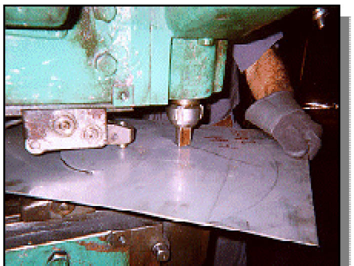
Une pièce est soumise au cisaillement lorsqu'elle subit deux forces égales et opposées (*le mot directement est volontairement enlevé*) perpendiculaires à la ligne moyenne.



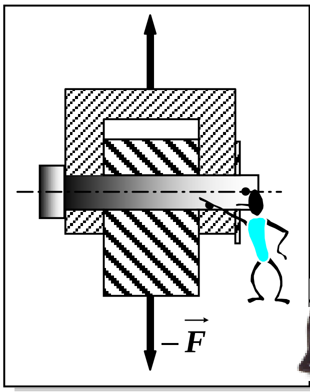


3-2. Applications du cisaillement :

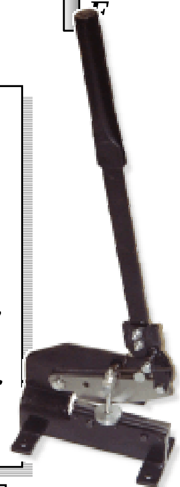
1-Cisaille à lames courtes PULLMAX P-201



2-Cisaillage d'une tôle



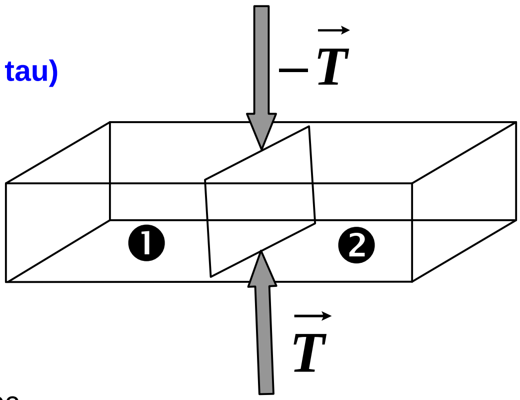
3-Axe soumis au cisaillement



4-Cisaille d'établi

3-3. DEFINITION DE LA CONTRAINTE τ : (τ prononcer tau)

La définition de la contrainte reprend le même procédé d'analyse que pour l'extension compression.
Les deux tronçons ***glissent*** l'un par rapport à l'autre.

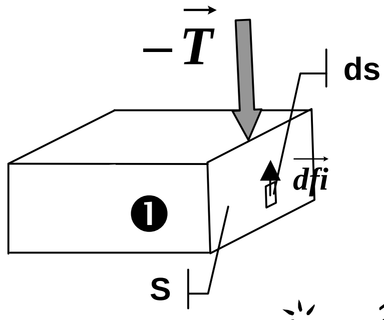


On isole le tronçon ❶ , on considère la section S et on recherche l'équilibre du tronçon.

Le tronçon est en équilibre sous l'action de $-\vec{T}$ et des $\vec{dfi}$ avec

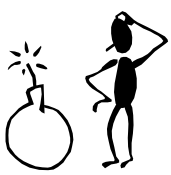
$\vec{dfi}$ = force interne de cohésion agissant sur une petite surface ds.

La contrainte est définie par $\vec{dfi}$ / $1mm^2$



Comme dans la contrainte d'extension, on retrouve le même type de formule : $-\vec{T} = \sum \vec{dfi}$.

En conclusion, on peut écrire que : $\boxed{\tau_{MPa} = T_{N} / S_{mm^2}}$



3-4.CONDITION DE RESISTANCE :

Pour des raisons de sécurité, la contrainte de la pièce doit rester inférieure à Rpg (résistance pratique au **glissement**) avec :

$$Rpg = \frac{Rg}{k}$$

avec k=coefficient de sécurité et avec $2 <= k <= 10$

et Rg résistance au glissement

on a : $$\boxed{\tau = \frac{T}{S} \leq Rpg}$$

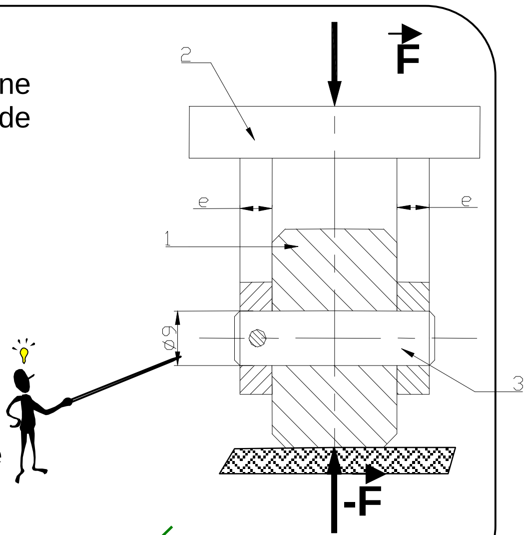
Condition respectée ➔ déformation élastique de la pièce, donc le matériau ne se brise pas, il reprend ses dimensions initiales !

Dans la pratique nous ne possédons pas toujours Rg. On admet alors que $\boxed{Rg = Re / 2}$

Exemple :
La roulette proposée ci contre, se compose d'un support [2] et d'une roue [1]. La liaison pivot est assurée par un axe [3] de 9 mm de diamètre.
Calculer les contraintes de cisaillement dans l'axe 3.
Le module de F égal 400 daN.

1) Déterminez le nombre de surfaces cisaillées : 2
2) Déterminez la contrainte de cisaillement dans l'axe [3].

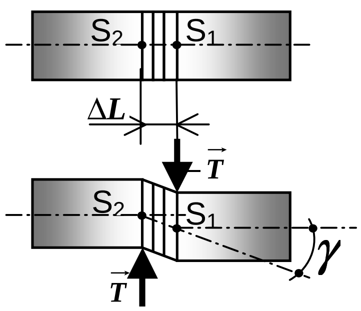
τ = F / S = 4000 / (2 x π x 4,5²) = 31,43 MPa



3) Si l'axe est en acier E335, vérifiez si la condition de résistance est respectée, avec un coefficient de sécurité de 5.

Rpg = Rg/k = 0,5 x 355 / 5 =35,5 MPa   On vérifie que $\tau \leq$ Rpg

3-5. Angle de glissement (déformation) :



Le glissement est mesuré par l'angle gamma (γ) appelé angle de glissement exprimé en radian.
Entre les sections droites comprises entre S1 et S2 glissent les unes sur les autres. γ mesure cette déformation.

Dans la zone de déformation élastique, la contrainte τ est proportionnelle à l'angle de glissement γ.

$$\boxed{\tau_{MPa} = G_{MPa} \times \gamma_{rad}}$$

G au même titre que **E** (module de YOUNG) est une caractéristique du matériau.
Pour les métaux, on admet que **G=0,4E**
Pour les aciers, G=80000 Mpa ; pour les bronzes G=48000Mpa ; l'aluminium G=32000Mpa.